

CORRIGÉ MAT 103

EXAMÉ Janvier 2018

Exercice 1 $f(x)$ définissi $2x^2 - 5x - 3 > 0$

1) $\Delta = 25 + 24 = 49$

~~$\Leftrightarrow 2(x - p(x))$~~

$x = \frac{5 \pm 7}{4} = 3 \text{ ou } -\frac{1}{2}$ Comme $2 > 0$, $p(x) > 0 \Leftrightarrow$

$x \in]-\infty; -\frac{1}{2}[\cup]3; +\infty[$

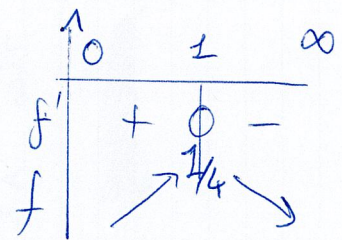
$D_g = \mathbb{R}$.

$f'(x) = 5 \cdot \frac{4x-5}{2x^2-5x-3}$ et $g'(x) = 5(3x^2+6)e^{x^3+6x-1}$

2) $\frac{\partial f}{\partial x} = 6xy - 5y - \frac{y}{x^2}$ $\frac{\partial f}{\partial y} = 3x^2 - 5x + \frac{1}{x}$.

Exercice 2 1) $f(x) = \frac{x}{(1+x)^2}$ sur \mathbb{R}_+

$f'(x) = \frac{(1+x)^2 - 2x(1+x)}{(1+x)^4} = \frac{1}{(1+x)^3} (1-x)$



fa un max en 1 suivant $\frac{1}{4}$.

2) $m=1$ donne l'éclairage max.

Janvier 2018

2

Exercice 3 $F(x) = \frac{5}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 6x - \frac{5}{2} \ln(x) - \frac{1}{2} \frac{1}{x^2}$

1)

$$G(x) = 2 \ln |x^3 + 1|$$

$$H(x) = \frac{5}{2} e^{x^2+1}$$

$$2) \int_0^1 (4t^3 + 2t - 1) dt = \left[t^4 + t^2 - t \right]_0^1 = 1$$

$$\int_0^1 \frac{-2}{1+2t} dt = -\frac{2}{2} \left[\ln |1+2t| \right]_0^1 = -\ln 2$$

Exercice 4 1) a) $\det A = \mathbf{1} \neq 0$ donc A inversible

$$1) b) A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -9 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$1) c) A^2 - 3A = \begin{pmatrix} 4-3 & -9+9 \\ -3+3 & 7-6 \end{pmatrix} = I_2.$$

$$A(A - 3I_2) = I_2 \text{ donc } A \text{ est inversible } A^{-1} = A - 3I_2 = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$\left(A^{-1} = \frac{1}{\mathbf{-1}} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ par la formule générale} \right)$$

$$2) \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -17 & 12 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I_3$$

Donc A inversible d'inverse B .

Janvier 2018

3

Exercice 5 $u_0 = 2$ $u_{n+1} = 3u_n - 2$.

1) $u_1 = \cancel{4}$ $u_2 = 10$ Donc $u_1 - u_0 = 1$ mais $u_2 - u_1 = 6 \neq 1$
Donc $(u_n)_n$ n'est pas arith.

$\frac{u_1}{u_0} = \frac{\cancel{4}}{2}$ $\frac{u_2}{u_1} = \frac{10}{\cancel{4}} \neq \frac{\cancel{4}}{2}$ donc $(u_n)_n$ n'est pas géom.

2) $v_{n+1} = 3u_n - 2 - 1 = 3(u_n - 1) = 3v_n$.

Donc $(v_n)_n$ est géom. de raison 3.

D'où $v_n = v_0 \cdot 3^n = \cancel{1} \cdot 3^n$ soit $u_n = \cancel{1} \cdot 3^n + 1$.